

VARIABLES LATENTES PARA IDENTIFICAR EL INFARTO AGUDO DEL MIOCARDIO MEDIANTE ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES PROBABILÍSTICO

RESUMEN

Este artículo presenta algunos resultado parciales de una reciente investigación [1] que comparó varias técnicas lineales y no lineales del análisis multivariado de datos con el objeto de seleccionar y extraer de manera efectiva un grupo de características basadas en señales electrocardiográficas orientadas a la identificación del infarto agudo de miocardio.

Específicamente en este artículo se presentan los resultados obtenidos al aplicar el Análisis de Componentes Principales Probabilístico (Probabilistic Principal Component Analysis- **PPCA**) para generar un subespacio de características de menor dimensión que el original. Se presentan también los resultados obtenidos al evaluar la precisión de la clasificación de estados funcionales normales y patológicos del miocardio utilizando un clasificador bayesiano. Además, se estimó también su costo computacional.

PALABRAS CLAVES: ICA, Extracción de características, Selección de características, Clasificador Bayesiano.

ABSTRACT

In this article some partial results from a recent research are presented [1]. In the mentioned research a comparison between linear and non linear methods from multivariate analysis is made with the main purpose of selection and feature extraction from electrocardiography signals, this all oriented to identification of sharp infarction of the myocardium.

*Specifically this article summarizes the results from having applied the Multivariate method of analysis known as Probabilistic Principal Component Analysis (**PPCA**) to generate a subspace of characteristics of minor dimension than the original one.*

The precision of the classification of normal and pathological functional states of the myocardium using a Bayesian classifier was also computed. Its associated computational cost was also estimated.

KEYWORDS: *PPCA, feature extraction feature selection, bayesian classifier.*

1. INTRODUCCIÓN

Este artículo presenta algunos resultado parciales de la reciente investigación [1] que comparó varias técnicas lineales y no lineales del análisis multivariado de datos (Análisis de Componentes Principales (PCA), PCA Probabilístico, Análisis de Componentes Independientes (ICA), Kernel PCA y Kernel ICA) con el objeto de seleccionar y extraer de manera efectiva un grupo de características basadas en señales electrocardiográficas orientadas a la clasificación de estados funcionales normales y patológicos del infarto agudo de miocardio. El desempeño de cada técnica, en términos de la precisión de la clasificación, así como su costo computacional, fue probado experimentalmente en pruebas con bases de datos convencionales y con bases de datos correspondientes a características extraídas de señales biomédicas reales.

En particular este artículo presenta los resultados obtenidos al aplicar el método de análisis en componentes principales probabilístico (PPCA) para

JORGE HERNANDO RIVERA

Ingeniero Electrónico, M.Sc
Profesor Asistente
Ingeniería Física
Universidad Tecnológica de Pereira
j.rivera@utp.edu.co

JOSE SOTO MEJIA

Físico, Ph.D.
Profesor Titular
Ingeniería Industrial
Universidad Tecnológica de Pereira
jomejia@utp.edu.co

EDISON DUQUE

Ingeniero Electrónico.
Profesor Asistente
Tecnología Electrónica
Universidad Tecnológica de Pereira
eduque@utp.edu.co

generar un subespacio de características de menor dimensión que el original. Para el subespacio generado por éste método se presentan también los resultados obtenidos al evaluar la precisión de la clasificación de estados funcionales normales y patológicos utilizando un clasificador bayesiano. Además se estimó también su costo computacional.

En la sección 2 “Justificación”, se resalta la importancia de seleccionar y extraer de manera efectiva un grupo de características basadas en señales electrocardiográficas orientadas a la clasificación de estados funcionales normales y patológicos del infarto agudo de miocardio. La sección 3 “Análisis de Componentes Principales Probabilístico” presenta los fundamentos teóricos del método matemático utilizado en la selección efectiva de las características ECG para la identificación de infarto agudo del miocardio.

La sección 4 “Esquema de trabajo” describe el marco experimental utilizado.

En la sección 5 “Resultados” se presentan los resultados obtenidos al aplicar el método lineal de análisis en componentes principales probabilístico para generar un subespacio de características de menor dimensión que el original y la evaluación de la precisión de clasificación obtenida utilizando un clasificador bayesiano.

La sección 6, se presenta las conclusiones parciales de la utilización del método utilizado y finalmente, la sección 6 “Trabajos Futuros”, hace una relación de las otras técnicas que fueron evaluadas y cuyos resultados se publicaran en detalle en otros artículos de esta revista.

2. JUSTIFICACIÓN

El diagnóstico del Infarto Agudo del Miocardio se basa en la caracterización de las señales biomédicas del electrocardiograma.

Los sistemas automatizados de identificación evalúan grupos conformados por un gran número de diferentes características-variables- extraídas del fenómeno de estudio. En la mayoría de estos procesos se contemplan amplios conjuntos de características que conllevan al empleo de grandes recursos computacionales, tanto en la etapa de caracterización como en las posteriores de almacenamiento y procesamiento de los datos.

Uno de los principales problemas con los conjuntos de datos de alta dimensión es que no todas las variables medidas son relevantes en términos de representación [2]. Además, el aumento del número de características no está relacionado en proporción directa con la buena capacidad de clasificación para una posterior detección [3].

Por lo anterior, es aconsejable reducir la dimensión de los datos-numero de variables-, manteniendo lo más que se pueda de la estructura original de los mismos. Así, un número limitado de características simplifica la representación tanto del patrón de caracterización como la de los parámetros de clasificación, resultando una extracción y análisis menos denso, permitiendo tener un clasificador más rápido y con menos carga computacional.

El análisis multivariado de datos ofrece varios métodos estadísticos para reducir la dimensión del espacio de características [4] [5], de tal manera, que se descarten las variables que no ofrecen separabilidad, con el objetivo de hacer mas preciso y eficiente el sistema de detección, sumando a ello, la disminución en el tiempo de computo requerido para el entrenamiento del sistema clasificador. Sin embargo, una reducción exagerada en el número de características podría llevar a una pérdida en el poder discriminante empobreciendo la precisión del sistema de reconocimiento. Con base en lo anterior, se puede intuir que la elección de un adecuado proceso para realizar la reducción de la dimensión, es una decisión que ubica en una balanza la disminución del número de variables de análisis contra la precisión de los resultados de clasificación.

El proceso de reducción de dimensión puede entonces entenderse como la transformación del espacio de variables originales a un espacio de dimensión menor. Dichas transformaciones pueden ser combinaciones lineales o no lineales de las características originales.

El entrenamiento de sistemas automáticos, usados en la detección de patologías a partir de señales biomédicas, implica obtener la efectiva selección de variables o combinaciones de las mismas que contengan la información suficiente contenida en la señal para su adecuada representación.

Es así como en la reciente investigación ya citada [1], se compararon varias técnicas lineales y no lineales del análisis multivariado de datos (Análisis de Componentes Principales (PCA), **Análisis de Componentes Principales Probabilístico (PPCA)**, Análisis de Componentes Independientes (ICA), Kernel PCA y Kernel ICA) con el objeto de seleccionar y extraer de manera efectiva un grupo de características basadas en señales electrocardiográficas orientadas a la clasificación de estados funcionales normales y patológicos del infarto agudo de miocardio. Además, el desempeño de cada una de las técnicas, en términos de la precisión de la clasificación, así como su costo computacional, fue probado experimentalmente en pruebas con bases de datos convencionales y con bases de datos correspondientes a características extraídas de señales biomédicas reales.

3. ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES PROBABILISTICO

En general, el Análisis de Componentes Principales¹ (**PCA**) no contempla un modelo probabilístico para los datos observados, pero es posible construir un esquema de trabajo que tenga en cuenta la estimación de la densidad de probabilidad de los datos, este esquema se conoce como **Análisis de Componentes Principales Probabilístico (PPCA - Probabilistic Principal Component Analysis)**.

La idea central de los modelos de **variables latentes** es explicar un conjunto de variables observadas a partir de combinaciones lineales o no lineales de un conjunto menor de variables latentes o factores que son aleatorios. Los factores son construcciones subyacentes no medibles que se generan a partir de las variables observadas x_1, x_2, \dots, x_p . Si estas variables observadas presentan algún grado de correlación, es posible inferir que existe un

¹ Para una presentación mas detallada del uso del Análisis de Componentes Principales **no probabilístico (PCA)** dentro del mismo marco experimental tratado en este artículo, véase en Scientia et Technica, año 13 Número 34 de Abril del 2007, Rivera, J.; Soto M. José el artículo titulado “Selección Efectiva de Características para Bioseñales Utilizando el Análisis de Componentes Principales”.

conjunto menor de variables que explican el fenómeno con menos redundancia [6].

Así, un modelo de variables latentes trata de explicar un grupo de variables observadas (un vector p -dimensional de características \mathbf{x}) por medio de un grupo menor de variables no observadas (vector q -dimensional de características latentes), con una relación de la forma:

$$\mathbf{x} = \mathbf{g}(\mathbf{z}; \mathbf{w}) + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (1)$$

donde $\mathbf{g}(\cdot; \cdot)$ es una función de las variables latentes \mathbf{Z} con parámetros \mathbf{w} , y $\boldsymbol{\varepsilon}$ es un proceso de ruido independiente de las variables \mathbf{Z} . Al definir una distribución a priori sobre \mathbf{Z} junto con la distribución de $\boldsymbol{\varepsilon}$, la ecuación (1) induce una distribución correspondiente en el espacio de los datos, por tanto, los parámetros del modelo pueden ser determinados por medio de técnicas de máxima verosimilitud.

En este sentido, si el mapeo $\mathbf{g}(\mathbf{z}; \mathbf{w})$ es una función lineal de \mathbf{Z} , el modelo es el conocido Análisis de Factores (Análisis Factorial), dado por:

$$\mathbf{x} = \mathbf{W}\mathbf{z} + \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2)$$

Para el caso de la técnica multivariada que fue utilizada y cuyos resultados se presentan en este artículo, **PPCA**, la distribución de las perturbaciones no observadas $\boldsymbol{\varepsilon}$ se asume isotrópica (a diferencia del Análisis Factorial en el cual la matriz de varianzas del $\boldsymbol{\varepsilon}$ es en general diagonal).

$$\boldsymbol{\varepsilon} \sim N_p(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I}) \quad (3)$$

por tanto, la ecuación (2) implica una distribución de probabilidad sobre el espacio de los datos \mathbf{X} para unas variables latentes \mathbf{Z} dadas, de la forma,

$$p(\mathbf{x}|\mathbf{z}) = (2\pi\sigma^2)^{-p/2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{x} - \mathbf{W}\mathbf{z} - \boldsymbol{\mu}\|^2\right\} \quad (4)$$

Si la probabilidad a priori sobre las variables latentes es gaussiana y definida por

$$p(\mathbf{z}) = (2\pi)^{-m/2} \exp\left\{-\frac{1}{2} \mathbf{z}' \mathbf{z}\right\} \quad (5)$$

se puede obtener la distribución marginal de \mathbf{X} de forma que

$$p(\mathbf{x}) = \int p(\mathbf{x}|\mathbf{z})p(\mathbf{z})d\mathbf{z}$$

$$p(\mathbf{x}) = (2\pi)^{-p/2} |\mathbf{C}|^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})' \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})\right\} \quad (6)$$

donde la covarianza del modelo es

$$\mathbf{C} = \sigma^2 \mathbf{I} + \mathbf{W}\mathbf{W}' \quad (7)$$

Ahora, la distribución posterior de las variables latentes \mathbf{Z} , dada las variables observadas \mathbf{X} , puede ser calculada como,

$$p(\mathbf{z}|\mathbf{x}) = (2\pi)^{-m/2} |\sigma^{-2} \mathbf{M}|^{1/2} \times$$

$$\exp\left[-\frac{1}{2} \left\{ \mathbf{z} - \mathbf{M}^{-1} \mathbf{W}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) \right\}' (\sigma^{-2} \mathbf{M}) \left\{ \mathbf{z} - \mathbf{M}^{-1} \mathbf{W}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) \right\} \right] \quad (8)$$

donde la matriz de covarianza posterior esta dada por,

$$\sigma^2 \mathbf{M}^{-1} = \sigma^2 (\sigma^2 \mathbf{I} + \mathbf{W}' \mathbf{W})^{-1} \quad (9)$$

Cabe anotar que la matriz \mathbf{M} es de tamaño $m \times m$ mientras que \mathbf{C} es de tamaño $p \times p$. Con base en este modelo se establece que la función de verosimilitud logarítmica para los datos observados dada por,

$$\Gamma = \sum_{i=1}^n \ln \{p(\mathbf{x}_i)\}$$

$$\Gamma = -\frac{n}{2} \{p \ln(2\pi) + \ln |\mathbf{C}| + \text{tr}(\mathbf{C}^{-1} \mathbf{S})\} \quad (10)$$

Donde,

$$\mathbf{S} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu})' \quad (11)$$

\mathbf{S} representa la matriz de covarianza muestral de los datos observados. Por tanto, la función de verosimilitud logarítmica (10) se maximiza cuando las columnas de \mathbf{W} cubren el subespacio principal de los datos. Para lo cual se considera derivar (10) con respecto a \mathbf{W} ,

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \mathbf{W}} = n (\mathbf{C}^{-1} \mathbf{S} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{W} - \mathbf{C}^{-1} \mathbf{W}) \quad (12)$$

donde los únicos puntos estacionarios diferentes de cero de la ecuación (12) ocurren cuando:

$$\mathbf{W} = \mathbf{V}_m (\mathbf{U}_m - \sigma^2 \mathbf{I}) \quad (13)$$

donde \mathbf{V}_m es $(p \times m)$ y contiene m vectores propios de \mathbf{S} , \mathbf{U}_m es una matriz diagonal $(m \times m)$ con los respectivos valores propios y \mathbf{H} es una matriz $(m \times m)$ arbitraria ortogonal de rotación. Además, los puntos estacionarios correspondientes al máximo global de verosimilitud se presentan cuando \mathbf{V}_m esta compuesto por los vectores propios principales de \mathbf{S} , por tanto \mathbf{U}_m contiene los correspondientes $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ valores propios de \mathbf{S} ordenados de forma decreciente según su magnitud. Por

otra parte, todas las otras combinaciones de vectores propios representan puntos silla de la superficie de verosimilitud. Por tanto, de (13) se concluye que el modelo de variables latentes definido por (2) produce un mapeo del espacio latente en el subespacio principal de los datos observados.

El estimador de máxima verosimilitud para σ^2 cuando \mathbf{W} corresponde con el máximo de verosimilitud ($\mathbf{W} = \mathbf{W}_{ML}$) esta dado por,

$$\sigma_{ML}^2 = \frac{1}{p-m} \sum_{j=m+1}^p \lambda_j \quad (14)$$

Donde $\lambda_{m+1}, \dots, \lambda_p$ son los valores propios más pequeños de \mathbf{S} . En tal sentido, para calcular los parámetros del modelo planteado y los correspondientes factores que permitan la reducción de dimensión se puede aplicar el Algoritmo 1 (abajo descrito). La transformación de reducción de dimensión **PPCA** para los datos observados puede lograrse de forma similar al caso de **PCA** convencional, sin embargo en el esquema de trabajo probabilístico, el modelo generador definido por (2) representa un mapeo del espacio de baja dimensión de variables latentes al espacio de los datos originales.

Algoritmo 1 – PPCA - Reducción de dimensión

- 1: Calcular la descomposición en vectores y valores propios de \mathbf{S} .
- 2: Calcular el estimador de máxima verosimilitud σ_{ML}^2 a partir de (14).
- 3: Calcular la matriz de parámetros \mathbf{W}_{ML} (para máxima verosimilitud) por medio de (13).
- 4: Calcular la transformación de reducción de dimensión de los datos \mathbf{X} empleando la media posterior

$$\langle \mathbf{z}_i \rangle = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{W}_{ML}' (\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}) \quad (15)$$

para calcular \mathbf{M}^{-1} emplear (8) y (9).

Es así que en PPCA, el análogo probabilístico del proceso de reducción de dimensión de PCA puede ser: invertir la distribución condicional $\mathbf{p}(\mathbf{x}|\mathbf{z})$ usando la regla de Bayes, obteniéndose $\mathbf{p}(\mathbf{z}|\mathbf{x})$ según ecuación (8). En este caso, cada vector de datos \mathbf{X}_i se representa en el espacio de variables latentes, no por un vector, sino por la distribución posterior Gaussiana dada en (8). Por tanto, un conveniente resumen de esta distribución y representación de \mathbf{X}_i puede ser la media posterior dada por (15).

4. ESQUEMA DE TRABAJO

En esta sección se presentarán el esquema de trabajo utilizado para evaluar el método lineal de *análisis en*

componentes principales probabilístico para generar un subespacio de características de menor dimensión que el original. Para el subespacio generado por éste método se evaluó la precisión de la clasificación utilizando un clasificador bayesiano. Además la estimación de su costo computacional a efecto de compararlo, posteriormente, con los otros métodos de reducción de dimensionalidad mencionados en la sección anterior.

4.1 Base de Datos de Características ECG

La base de datos ECG con registros electrocardiográficos de corazones normales y otros registros de corazones con patología de Infarto Agudo del Miocardio, hace parte del trabajo de investigación que viene realizando el grupo de control y procesamiento digital de señales “GCPDS” de la Universidad Nacional de Colombia sede Manizales.

Las características que presenta esta base de datos corresponde al análisis de la base de datos ST-T europea. Esta base comienza a desarrollarse en 1985 a través del proyecto “Concerted Action on Ambulatory Monitoring” de la Comunidad Europea, cuyo objetivo era definir una base de datos de ECG en pacientes ambulatorios y en la cual participaron expertos de doce países [7].

Una descripción técnica detallada de cómo fue formada esta base de datos se encuentra en [8].

Inicialmente, la señal electrocardiográfica fue pre-procesada mediante técnicas como: Mediciones heurísticas, transformada wavelet (WT) con objeto de identificar las características que mejor discriminan el infarto agudo del miocardio, resultando en un total de 1009 características.

La base de datos consta de 1800 observaciones, 900 correspondientes a características extraídas de electrocardiogramas para corazones normales, y 900 correspondientes a características extraídas de electrocardiogramas correspondientes a patología de isquemia o infarto agudo del miocardio, para un total de las 1009 características arriba mencionadas.

4.2 El Subespacio de Características Generado y Precisión de la Clasificación

El subespacio de características que se evaluó fue generado utilizando inicialmente el primer componente principal, el siguiente subespacio fue generado con los dos primeros componentes, y así sucesivamente hasta obtener p subespacios de características. Para cada uno de estos subespacios se evaluó la precisión en la clasificación utilizando un clasificador bayesiano y se estimó también su costo computacional, determinado por el tiempo utilizado en la clasificación.

La separabilidad lineal de las bases de datos fue probada utilizando el algoritmo de kozinec [9], el cual se basa en la búsqueda de un hiperplano que separe en un

subespacio de búsqueda dos clases de patrones. El encontrar dicho hiperplano implica la separabilidad lineal del subespacio.

Para el entrenamiento y la validación del clasificador bayesiano, se utilizó un 50% del total de las 1800 observaciones con que contaba la base de datos de características de la señal electrocardiográfica y el 50% restante fue utilizado en la validación del clasificador.

Para determinar la tendencia hacia la distribución gaussiana de las características de la base de datos se utilizó la prueba de hipótesis de Kolmogorov-Smirnov con un intervalo de confianza del 95%, además se realizó una prueba de kurtosis para determinar la gaussividad de las características.

Adicionalmente se realizó un análisis de correlación para el espacio inicial de características, para determinar gráficamente el nivel de correlación entre estas.

La base de datos posee dos clases: (i) ausencia o (ii) presencia de infarto agudo del miocardio.

5. RESULTADOS

Con base en la prueba de hipótesis Kolmogorov-Smirnov se puede rechazar la hipótesis de gaussividad (condición matemática deseable en el método del análisis de componentes principales *probabilístico*) para cada una de las características que componen esta base de datos. El análisis de kurtosis muestra que en su mayoría las características que componen esta base de datos son super-gaussianas.

Con base en la grafica (1) de la matriz de correlación se muestra que las variables (características iniciales) son altamente correlacionadas, además esta base de datos es linealmente separable, según los resultados obtenidos por el algoritmo de Kozinec (como fue ya arriba mencionado).

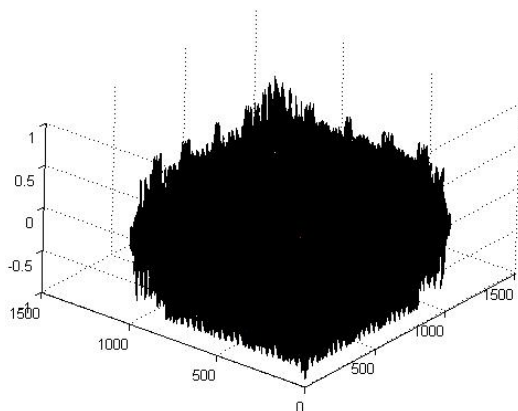


Figura 1. Gráfica de la matriz de correlación

En la tabla (1) se muestra los resultados de precisión en el clasificador bayesiano así como el costo computacional obtenido para el espacio inicial de características (previo a la utilización de el método de análisis de componentes principales probabilístico)..

| Precisión en clasificación | Costo computacional |
|----------------------------|---------------------|
| 50% | 1569ms |

Tabla 1. Precisión y costo del conjunto inicial de características

Se puede notar en la tabla 1 que para el conjunto inicial de características (sin aplicar el método de componentes principales) el clasificador pierde su poder discriminante (el cual es solo del 50%, es decir no tiene poder de predicción).

En la figura (2) se muestra los resultados para la precisión en la clasificación, así como el costo computacional para todos los subespacios generados por el método de componentes principales probabilístico (subespacios formados por una componente principal probabilística hasta subespacios conformados por 1000 componentes principales probabilísticas).

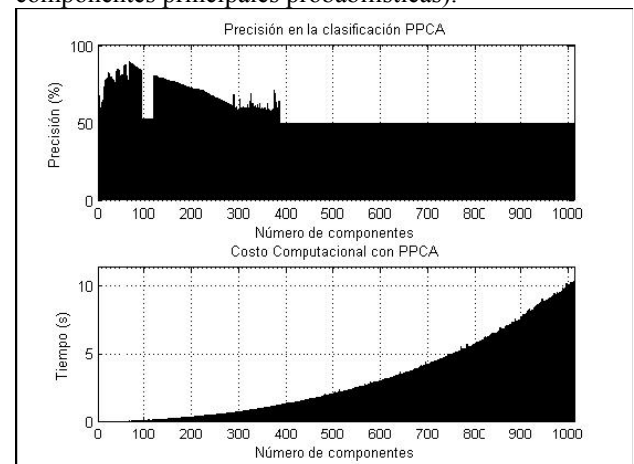


Figura 2. Precisión y costo computacional para PCA

En la figura 2 anterior se puede observar que cuando el numero de componentes del subespacio aumenta, el clasificador pierde su poder discriminante además el costo computacional se incrementa exponencialmente.

Para los subespacios generados la mejor clasificación se obtuvo con 69 componentes principales probabilísticos para una precisión en la clasificación del 88.78% con un costo computacional de 93 ms como se muestra en la tabla 2.

| Componentes | Precisión | Costo computacional |
|-------------|-----------|---------------------|
| 69 | 88.78% | 93 ms |

Tabla 2. Mejor resultado en la clasificación

7. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

La transformación del espacio de la base de datos con características ECG con la técnica de Análisis en Componentes Principales Probabilístico permitió establecer que la mejor clasificación se obtuvo con 69 componentes principales probabilísticas para una precisión en la clasificación del 88.78% con un costo computacional de 93 ms.

El esquema de trabajo presentado en la sección 4 de éste artículo fue también el utilizado para la evaluación de las técnicas, Análisis de Componentes Principales (PCA) y Análisis de Componentes Independientes (ICA), cuyos resultados fueron publicados en [10],[11]. Además, será posteriormente utilizado para evaluar el comportamiento de los *Métodos no lineales*: Kernel PCA y Kernel ICA dentro del mismo marco experimental.

En próxima publicación se presentarán y compararán los mejores resultados obtenidos al emplear cada una de las técnicas multivariadas arriba mencionadas al analizar señales electrocardiográficas con miras a la clasificación de estados funcionales normales y patológicos del infarto agudo de miocardio.

8. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Selección Efectiva de Características ECG Mediante Técnicas de Transformación no lineal: Identificación de Infarto Agudo del Miocardio. Jorge Hernando Rivera Piedrahita. Tesis de Magíster en Instrumentación Física. Facultad de Ciencias Básicas. Universidad Tecnológica de Pereira, 2006.
- [2] D. L. Donoho. High-dimensional data analysis: The curses and blessings of dimensionality. In *Mathematical Challenges of the 21st Century*, 2000. URL: http://www.stat.stanford.edu/_donoho/Lectures/AMS2000/Curses.pdf.
- [3] L. Yu and H. Liu. Efficient feature selection via analysis of relevance and redundancy. *Journal of Machine Learning Research*, 5:1205–1224, 2004.
- [4] M. A. Carreira-Perpiñán. Continuous latent variable models for dimensionality reduction and sequential data reconstruction. PhD thesis, University of Sheffield, UK, 2001. URL: http://www.cse.ogi.edu/_miguel/papers/phd-thesis.pdf.
- [5] R. Fried and V. Didelez. Latent variable analysis and partial correlation graphs for multivariate time series. *Statistics & Probability Letters*, 73:287–296, 2005.
- [6] D. Peña, Análisis de datos multivariantes, C. F. Madrid, Ed. Madrid, España. McGraw-Hill, 2002.
- [7] Y. Yang. Electrocardiogram (ecg) analysis using wavelet decomposition. Technical Report ECE/BMED.
- [8] G. Castellanos. Identificación de estados funcionales en bioseñales: Voz, ecg, fonocardiografía. Technical report, Universidad Nacional de Colombia, Sede Manizales, Septiembre 2005.
- [9] K. B.N. *Recurrent algorithm separating convex hulls of two sets*, chapter Learning algorithms in Pattern Recognition, pages 43–50. Moscow, Soviet Ratio, 1973.
- [10] Rivera, J.; Soto M. Jose. “Selección Efectiva de Características para Bioseñales Utilizando el Análisis de Componentes Principales –PCA–”. *Scientia et Technica*, año 13 Número 34 de Abril del 2007.
- [11] Rivera, J.; Soto M. Jose. “Modelo de variables latentes para la identificación del infarto agudo del miocardio –Análisis de Componentes Independientes (ICA)–”. *Scientia et Technica*, año 13 Número 34 de Abril del 2007.